

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
цифровых технологий



Кургалин С. Д.

03.05.2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.11 Дискретная математика

- 1. Код и наименование направления подготовки:**
09.03.04 Программная инженерия
- 2. Профиль подготовки:**
Информационные системы и сетевые технологии
- 3. Квалификация выпускника:** бакалавр
- 4. Форма обучения:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** цифровых технологий
- 6. Составители программы:**
Попов Михаил Иванович, кандидат физико-математических наук
- 7. Рекомендована:**
НМС ФКН (протокол № 7 от 03.05.23)
- 8. Учебный год:** 2023-2024 и 2024-2025 **Семестры:** 2, 3

9. Цели и задачи учебной дисциплины

Целями освоения учебной дисциплины являются:

- формирование терминологической базы и представлений об алгоритмических основах дискретной математики;
- изучение основных методов дискретной математики, которые используются для построения моделей и конструирования алгоритмов решения практических задач.

Задачами дисциплины являются:

- изучение основных понятий дискретной математики и методов дискретной математики, которые используются для построения моделей и конструирования алгоритмов решения практических задач;
- сформировать умение реализовывать методы дискретной математики на ЭВМ;
- овладеть навыками квалифицированного выбора и адаптации существующих методов для решения практических задач.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дискретная математика входит в цикл профессиональных дисциплин в обязательной части блока Б1, являясь неотъемлемой частью предметной области «Математика». Для успешного изучения данного курса необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения школьного курса математики. Дисциплина является вводной и служит основой для дальнейшего изучения математических дисциплин.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1	Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования.	Знать: основные понятия дискретной математики и методы дискретной математики, которые используются для построения моделей и конструирования алгоритмов
		ОПК-1.2	Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.	Уметь: реализовывать методы дискретной математики на ЭВМ
		ОПК-1.3	Имеет навыки теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.	Владеть: навыками квалифицированного выбора и адаптации существующих методов для решения практических задач

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час — 6 / 216.

Форма промежуточной аттестации: зачет, экзамен

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость		
		Всего	По семестрам	
			2 семестр	3 семестр
Аудиторные занятия		96	64	32
в том числе:	лекции	48	32	16
	практические			
	лабораторные	48	32	16
Самостоятельная работа		84	44	40
в том числе: курсовая работа (проект)				
Форма промежуточной аттестации (экзамен)		36		36
Итого:		216	108	108

13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК*
1	Математическая логика	Высказывания. Таблица истинности. Предикаты. Законы алгебры логики. Методы доказательства. Принцип математической индукции.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=20352
2	Множества и отношения	Способы задания множеств; подмножества; универсум и пустое множество; операции над множествами и их свойства; булева алгебра множеств; декартово произведение множеств; свойства бинарных отношений; отношения эквивалентности; формула включений и исключений. Частичный порядок. Теорема Дилуорса. Функции. Свойства функций. Формула Лежандра. Принцип Дирихле. Элементы комбинаторики.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=20352
3	Графы	Неориентированные графы. Связность. Маршруты. Циклы. Деревья. Раскраски графов. Орграфы.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=20352
4	Булева алгебра	Булевы функции. СКНФ и СДНФ. Классы булевых функций. Критерий Поста. Карта Карно. Функциональные схемы.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=20352
5	Рекуррентные соотношения	Метод подстановки. Линейные однородные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные рекуррентные соотношения.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=20352
6	Алгоритмы	Определение алгоритма. Свойства алгоритмов. Асимптотическая сложность алгоритмов. Алгоритмы поиска. Алгоритмы сортировки.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=20352

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практическое	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Математическая логика	6		6	8	20
2	Множества и отношения	14		14	18	46
3	Графы	8		8	12	28

4	Булева алгебра	4		4	6	14
5	Рекуррентные соотношения	6		6	16	28
6	Алгоритмы	10		10	24	44
	Итого:	48		48	84	180

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Освоение дисциплины складывается из аудиторной работы (учебной деятельности, выполняемой под руководством преподавателя) и внеаудиторной работы (учебной деятельности, реализуемой обучающимся самостоятельно).

Аудиторная работа состоит из работы на лекциях и выполнения практических заданий в объёме, предусмотренном учебным планом. Лекция представляет собой последовательное и систематическое изложение учебного материала, направленное на знакомство обучающихся с основными понятиями и теоретическими положениями изучаемой дисциплины.

Лекционные занятия формируют базу для практических занятий, на которых полученные теоретические знания применяются для решения конкретных практических задач. Обучающимся для успешного освоения дисциплины рекомендуется вести конспект лекций и практических занятий.

Самостоятельная работа предполагает углублённое изучение отдельных разделов дисциплины с использованием литературы, рекомендованной преподавателем, а также конспектов лекций, конспектов практических занятий. В качестве плана для самостоятельной работы может быть использован раздел 13.1 настоящей рабочей программы, в котором зафиксированы разделы дисциплины и их содержание. В разделе 13.2 рабочей программы определяется количество часов, отводимое на самостоятельную работу по каждому разделу дисциплины. Больше количество часов на самостоятельную работу отводится на наиболее трудные разделы дисциплины. Для самостоятельного изучения отдельных разделов дисциплины используется перечень литературы и других ресурсов, перечисленных в пунктах 15 и 16 настоящей рабочей программы. Обязательным элементом самостоятельной работы является выполнение домашнего задания.

Успешность освоения дисциплины определяется систематичностью и глубиной аудиторной и внеаудиторной работы обучающегося.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения требуется выполнять все указания преподавателей, вовремя подключаться к онлайн-занятиям, ответственно подходить к заданиям для самостоятельной работы.

В рамках дисциплины предусмотрено проведение трёх текущих аттестаций за семестр. Результаты текущей успеваемости учитываются при выставлении оценки по промежуточной аттестации в соответствии с положением П ВГУ 2.1.04.16–2019 «Положение о текущей и промежуточной аттестации знаний, умений и навыков обучающихся на факультете компьютерных наук Воронежского государственного университета с использованием балльно-рейтинговой системы».

Обучение лиц с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с учетом их индивидуальных психофизических особенностей и в соответствии с индивидуальной программой реабилитации. Для лиц с нарушением слуха при необходимости допускается присутствие на лекциях и практических занятиях ассистента, а также сурдопереводчиков и тифлосурдопереводчиков. Промежуточная аттестация для лиц с нарушениями слуха

проводится в письменной форме, при этом используются общие критерии оценивания. При необходимости время подготовки на зачете может быть увеличено. Для лиц с нарушением зрения допускается аудиальное предоставление информации (например, с использованием программ-синтезаторов речи), а также использование на лекциях звукозаписывающих устройств (диктофонов и т.д.). На лекциях и практических занятиях при необходимости допускается присутствие ассистента. При проведении промежуточной аттестации для лиц с нарушением зрения тестирование может быть заменено на устное собеседование по вопросам. При необходимости время подготовки на экзамене может быть увеличено. Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата при необходимости допускается присутствие ассистента на лекциях и практических занятиях. Промежуточная аттестация для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата проводится на общих основаниях, при необходимости процедура экзамена может быть реализована дистанционно.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Гашков, С. Б. Дискретная математика / С. Б. Гашков. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 456 с. — ISBN 978-5-507-45940-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/292028 (дата обращения: 24.08.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2	Борзунов, С.В. Задачи по дискретной математике с алгоритмами на Python / С.В. Борзунов, С.Д. Кургалин. — 2-е изд., перераб. и доп. — СПб.: БХВ-Петербург, 2022. — 592 с.
3	Кожухов, С. Ф. Сборник задач по дискретной математике : учебное пособие / С. Ф. Кожухов, П. И. Совертков. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 324 с. — ISBN 978-5-8114-2588-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/212675 (дата обращения: 24.08.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Шевелев, Ю. П. Дискретная математика : учебное пособие / Ю. П. Шевелев. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 592 с. — ISBN 978-5-8114-4284-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/206510 (дата обращения: 24.08.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2	Казанский, А. А. Дискретная математика в задачах : монография / А. А. Казанский. — Москва : Техносфера, 2022. — 344 с. — ISBN 978-5-94836-657-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/302357 (дата обращения: 24.08.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет):

№ п/п	Ресурс
1	ЗНБ ВГУ: https://lib.vsu.ru/
2	Электронно-библиотечная система "Университетская библиотека online": http://biblioclub.ru/
3	Электронно-библиотечная система "Лань": https://e.lanbook.com/
4	Электронно-библиотечная система "Консультант студента": http://www.studmedlib.ru
5	Электронный университет ВГУ: https://edu.vsu.ru/

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Борзунов, С.В. Задачи по дискретной математике с алгоритмами на Python / С.В. Борзунов, С.Д. Кургалин. — 2-е изд., перераб. и доп. — СПб.: БХВ-Петербург, 2022. — 592 с.

2	Кожухов, С. Ф. Сборник задач по дискретной математике : учебное пособие / С. Ф. Кожухов, П. И. Совертков. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 324 с. — ISBN 978-5-8114-2588-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/212675 (дата обращения: 24.08.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
---	---

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение)

При реализации дисциплины могут использоваться технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии на базе портала edu.vsu.ru, а также другие доступные ресурсы сети Интернет.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Аудитория для лекционных занятий: мультимедиа-проектор, экран для проектора, компьютер с выходом в сеть «Интернет». Специализированная мебель (столы ученические, стулья, доска). Программное обеспечение: LibreOffice v.5-7, программа для просмотра файлов формата pdf, браузер.

Аудитория для практических занятий: специализированная мебель (столы ученические, стулья, доска).

Аудитория для лабораторных занятий: компьютеры с выходом в сеть «Интернет» и доступом к электронным библиотечным системам, специализированная мебель (столы ученические, стулья, доска). Программное обеспечение: LibreOffice v.5-7, программа для просмотра файлов формата pdf, браузер.

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Разделы 1-2	ОПК-1	ОПК-1.1	Контрольная работа, устный опрос
2	Разделы 3-4	ОПК-1	ОПК-1.2	Контрольная работа
3	Раздел 5	ОПК-1	ОПК-1.2	Контрольная работа
4	Раздел 6	ОПК-1	ОПК-1.3	Лабораторные работы
Промежуточная аттестация форма контроля – зачет, экзамен				Список вопросов к экзамену, практическое задание

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: контрольная работа, устный опрос, лабораторная работа.

Примеры заданий для контрольной работы:

Контрольная работа № 1

Вариант 1

1. В вымогательстве подозреваются Брагин, Кургин и Лиходеев. Каждый из них дал показания. Брагин: “Я не участвовал в вымогательстве. Это делал Лиходеев”. Лиходеев: “Я не виноват, но и Кургин тут ни причём”. Кургин: “Лиходеев не виновен. Вымогательство совершал Брагин”. Следствием установлено, что вымогали двое, кроме того каждый из них не дал полностью правдивых показаний. Кто же совершал вымогательства?
2. Доказать неравенство $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \dots \cdot \frac{2n-1}{2n} < \frac{1}{\sqrt{2n+1}}$
3. Доказать, что $\frac{1}{60}(7 \cdot 4^n - 42 \cdot (-1)^n - 10) \in Z$
4. В вершинах куба расставлены числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Докажите, что есть ребро, числа на концах которого отличаются не менее, чем на 3.
5. Доказать иррациональность $\log_2 3$

Вариант 2

1. Три ученика, Симонов Саша, Кузин Коля и Вишнёв Ваня, играли во дворе школы в футбол и разбили мячом окно. На вопрос кто разбил окно были получены следующие ответы. Ваня сказал: “Это я разбил окно, Коля окно не разбивал”. Коля сказал: “Это сделал не я и не Саша”. Саша сказал: “Это сделал не я и не Ваня”. Дежурная сказала, что только один ученик говорит правду. Кто из учеников разбил стекло?
2. Доказать неравенство $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} > \sqrt{n}$, $n \geq 2$
3. Доказать что $n(n-1)(2n-1) : 6$
4. Десять друзей послали друг другу праздничные открытки, так что каждый послал пять открыток. Докажите, что найдутся двое, которые послали открытки друг другу.
5. Доказать иррациональность $\sqrt{5}$

Контрольная работа № 2

Вариант 1

1. Даны множества $A = \{1, 6, 7\}$, $B = \{3, 4, 5\}$, $C = \{1, 6, 2\}$, $D = \{-1, 6, 10\}$. Определите элементы множеств: 1) $(A \cap (B \cup C)) \cap (A \cup B \cup D)$; 2) $(A \setminus C) \setminus (B \setminus D)$.
2. В классе 25 учеников. Из них посещают спортивную секцию 13 человек, кружок рисования — 10, дополнительные занятия по математике — 9. Шестеро занимаются рисованием и спортом, 4 — спортом и математикой, 3 — рисованием и математикой. Один посещает все внеклассные мероприятия. Сколько учеников посещает только один факультатив?
3. Пусть R — отношение между множествами $\{1, 2, 3\}$ и $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, заданное перечислением пар: $R = \{(1, 1), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (3, 5)\}$, а S — отношение между множествами $\{1, 2, 3, 4\}$ и $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, состоящее из пар: $S = \{(1, 4), (2, 1), (2, 2), (3, 1), (4, 4)\}$. Вычислите S^{-1} и $S^{-1} \circ R$.
4. Функции $f: R \rightarrow R$ и $g: R \rightarrow R$ заданы. Выразите формулами композиции $f \circ f$ и $g \circ g$. $f(x) = x^3$ и $g(x) = \begin{cases} 3x - 1, & \text{если } x \geq 0, \\ -x, & \text{если } x < 0. \end{cases}$

5. Определите количество четырехзначных чисел, в десятичной записи которых есть хотя бы одна цифра «0».

Вариант 2

1. Даны множества $A = \{1, 3, 4\}$, $B = \{0, 5, 6\}$, $C = \{-1, 0, 1\}$, $D = \{1, 5, 6\}$. Определите элементы множеств: 1) $(A \cup (B \cap C)) \cap ((A \cup B) \cap C)$; 2) $A \setminus (B \setminus (C \setminus D))$;
2. Староста группы представил куратору сведения об успеваемости. По итогам рубежной аттестации 9 студентов получили оценки «отлично», 13 — «хорошо» и 15 — «удовлетворительно». Оценки «отлично» и «хорошо» получили 5 учащихся, «хорошо» и «удовлетворительно» — 6, «отлично» и «удовлетворительно» — 3. Набор из трех разных оценок оказался ни у одного. Сколько студентов обучается в группе?
3. Пусть R — отношение между множествами $\{1, 2, 3\}$ и $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, заданное перечислением пар: $R = \{(1, 1), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (3, 5)\}$, а S — отношение между множествами $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ и $\{1, 2, 3, 4\}$, состоящее из пар: $S = \{(1, 2), (1, 3), (2, 2), (4, 1), (4, 4)\}$. Вычислите S^{-1} и $S \circ R$.
4. Функции $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ и $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ заданы. Выразите формулами композиции $f \circ g$ и $g \circ f$. $f(x) = x^3$ и $g(x) = \begin{cases} 3x - 1, & \text{если } x \geq 0, \\ -x, & \text{если } x < 0. \end{cases}$
5. Определите количество четырехзначных чисел, в десятичной записи которых есть две цифры «2».

Контрольная работа № 3

Вариант 1

1. Методом подстановки решить рекуррентное соотношение:
$$\begin{cases} a_n = 2a_{n-1} + n, \\ a_1 = 1. \end{cases}$$
2. Мы положили в банк 200000 рублей под 12% годовых. В начале каждого года мы докладываем на счет 12000. Сколько денег будет на счете через n лет?
3. Решить рекуррентное соотношение:
$$\begin{cases} a_{n+2} = 18a_{n+1} - 81a_n + 128, \\ a_0 = 5, \quad a_1 = 2. \end{cases}$$
4. Решить рекуррентное соотношение:
$$\begin{cases} a_{n+2} = 5a_{n+1} - 6a_n + (10 - 4n) \cdot 2^n, \\ a_0 = 5, \quad a_1 = 12. \end{cases}$$
5. Методом подстановки решить рекуррентное соотношение:
$$\begin{cases} a_n = 3a_{n/2} - n + 1, \\ a_1 = 1. \end{cases}$$

Вариант 2

1. Методом подстановки решить рекуррентное соотношение:
$$\begin{cases} a_n = 2a_{n-1} - 2^n + 1, \\ a_1 = 1. \end{cases}$$
2. Мы положили в банк 400000 рублей под 15% годовых. В начале каждого года мы снимаем со счета 45000. Сколько денег будет на счете через n лет?
3. Решить рекуррентное соотношение:
$$\begin{cases} a_{n+2} = 6a_{n+1} - 8a_n + 3n + 2, \\ a_0 = 0, \quad a_1 = -11. \end{cases}$$
4. Решить рекуррентное соотношение:
$$\begin{cases} a_{n+2} = 10a_{n+1} - 25a_n + 50 \cdot 5^n, \\ a_0 = 7, \quad a_1 = 50. \end{cases}$$

5. Методом подстановки решить рекуррентное соотношение:
$$\begin{cases} a_n = 3a_{n/3} + n^2 - 1, \\ a_1 = 1. \end{cases}$$

Требования к выполнению заданий контрольных работ

Контрольные работы выполняются студентами в соответствии с заданием. Решения всех задач и пояснения к ним должны быть достаточно подробными. При необходимости следует делать соответствующие ссылки на вопросы теории с указанием формул, теорем, выводов, которые используются при решении данной задачи. Все вычисления (в том числе и вспомогательные) необходимо делать полностью. Чертежи и графики должны быть выполнены аккуратно и четко с указанием единиц масштаба, координатных осей и других элементов чертежа. Объяснения к задачам должны соответствовать тем обозначениям, которые даны на чертеже. Решение заданий должно сопровождаться соответствующей аргументацией и выполняться самостоятельно.

Критерии и шкалы оценивания контрольных работ

Шкала оценивания (суммарный % правильно решенных заданий к.р.)	Критерии оценивания
«отлично» (85% – 100 %)	Оценка «отлично» выставляется, если студент выполнил все задания контрольной работы без ошибок и недочетов или допустил не более одного незначительного недочета.
«хорошо» (71% – 84 %)	Оценка «хорошо» выставляется, если студент выполнил работу полностью, но допустил в ней не более одной негрубой ошибки и одного недочета, или не более двух недочетов.
«удовлетворительно» (51% – 70 %)	Оценка «удовлетворительно» выставляется, если студент правильно выполнил не менее половины работы или допустил не более двух грубых ошибок, или не более одной грубой и одной негрубой ошибки и одного недочета, или не более двух-трех негрубых ошибок, или одной негрубой ошибки и трех недочетов, или при отсутствии ошибок, но при наличии четырех-пяти недочетов.
«неудовлетворительно» (0% – 50 %)	Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если студент допустил число ошибок и недочетов превосходящее норму, при которой может быть выставлена оценка «удовлетворительно», или если правильно выполнил менее половины работы.

Перечень вопросов для письменных опросов

1. Что такое высказывание?
2. Какие высказывания называются эквивалентными?
3. Что такое тавтология?
4. Какое высказывание называется контрапозитивным?
5. Законы де Моргана алгебры логики.
6. Штрих Шеффера – определение и таблица истинности.
7. Стрелка Пирса – определение и таблица истинности.
8. Что такое предикат?
9. Что такое квантор, какие существуют кванторы?
10. Принцип математической индукции.
11. Что такое характеристический предикат?
12. Что такое собственное подмножество?
13. Что такое универсальное множество?
14. Что такое дополнение множества В до А.
15. Что такое симметрическая разность множеств А и В.
16. Свойства дополнения.
17. Закон двойственности.
18. Формула включений и исключений для трех множеств.
19. Что такое булеан?
20. Что такое декартово произведение множеств?
21. Что такое битовая строка?
22. Что такое бинарное отношение?

23. Какое отношение называется рефлексивным?
24. Какое отношение называется симметричным?
25. Какое отношение называется антисимметричным?
26. Какое отношение называется транзитивным?
27. Что называют замыканием отношения R относительно свойства S?
28. Что такое отношением эквивалентности?
29. Что такое частичный порядок на множестве?
30. Что такое линейный порядок на множестве?
31. Какие элементы называют предшественником непосредственным предшественником?
32. Какие элементы множества называют минимальным и максимальным?
33. Какие элементы множества называют наибольшим и наименьшим?
34. Что такое Диаграмма Хассе?
35. Что такое цепь на множестве?
36. Что такое антицепь на множестве?
37. Что такое ширина множества?
38. Теорема Дилуорса.
39. Что такое функция?
40. Что такое инъекция?
41. Что такое сюръекция?
42. Какую функцию называют пол и потолок?
43. Какую функцию называют потолок?
44. Свойства функций пол и потолок.
45. Формула Лежандра.
46. Принцип Дирихле.
47. Что такое выборка объема k из n элементов?
48. Что такое размещение с повторениями, количество?
49. Что такое размещение без повторений, количество?
50. Что такое сочетание с повторениями, количество?
51. Что такое сочетание без повторений, количество?
52. Бином Ньютона.
53. Тождество Паскаля.
54. Тождество Вандермонда.
55. Что такое перестановка, количество?

Требования к устному опросу по разделам 1-2

Студенту предлагаются 5 случайным образом выбранных вопроса из списка. Ответ должен быть кратким и четким. На ответ по каждому вопросу отводится не более 1 минуты.

Критерии и шкалы оценивания устного опроса по разделам 1-2

Шкала оценивания (суммарный % правильно решенных заданий к.р.)	Критерии оценивания
«отлично» (85% – 100 %)	Оценка «отлично» выставляется, если студент верно ответил на 5 вопросов.
«хорошо» (71% – 84 %)	Оценка «хорошо» выставляется, если студент верно ответил на 4 вопроса.
«удовлетворительно» (51% – 70 %)	Оценка «удовлетворительно» выставляется, если студент верно ответил на 3 вопроса.
«неудовлетворительно» (0% – 50 %)	Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если студент верно ответил менее чем на 3 вопроса..

Перечень лабораторных работ:

Лабораторная работа №1. Алгоритмы поиска.
Лабораторная работа №2. Алгоритмы сортировки.

Лабораторная работа №1

Цель работы: изучить реализацию алгоритмов поиска.

Требования к выполнению работы: выполнение лабораторной работы предусматривает написание программы и проверку ее работы на контрольном примере.

Отчет о работе заключается в демонстрации работы программы, написанной на языке программирования высокого уровня, и объяснении принципов построения ее работы.

Задание:

- 1) В текстовом файле input.txt представлен массив из N целых чисел от 1 до N, расположенных в произвольном порядке без повторений. Реализуйте функцию поиска в этом массиве на основе алгоритма последовательного поиска. Головная программа должна вызывать функцию поиска для каждого элемента массива от 1 до N. В текстовый файл output.txt выведите среднее число сравнений, проведенных программой последовательного поиска.
 - 2) Выполните то же для двоичного поиска в упорядоченном массиве.
 - 3) Выполните то же для интерполяционного поиска в упорядоченном массиве.
- Сравните вычислительную сложность рассмотренных алгоритмов.

Лабораторная работа №2

Цель работы: изучить особенности реализации быстрой сортировки.

Требования к выполнению работы: выполнение лабораторной работы предусматривает написание программы и проверку ее работы на контрольном примере.

Отчет о работе заключается в демонстрации работы программы, написанной на языке программирования высокого уровня, и объяснении принципов построения ее работы.

Задание.

- 1) В текстовом файле input.txt записан массив целых чисел. Отсортировать массив по возрастанию, используя алгоритм сортировки вставками. В текстовый файл output.txt выведите в первую строку отсортированный массив, во вторую количество сравнений проведенных алгоритмом.
 - 2) Выполните то же для шейкерной сортировки.
 - 3) Выполните то же для быстрой сортировки.
- Сравните вычислительную сложность рассмотренных алгоритмов.

Требования к выполнению заданий лабораторных работ

Лабораторные работы выполняются студентами в соответствии с заданием. Результатом должна быть работающая программа, написанная на высокоуровневом языке программирования.

Шкала оценивания (суммарный % правильно решенных заданий к.р.)	Критерии оценивания
«отлично» (85% – 100 %)	Оценка «отлично» выставляется, если студент выполнил все задания лабораторной работы без ошибок и недочетов или допустил не более одного незначительного недочета.
«хорошо» (71% – 84 %)	Оценка «хорошо» выставляется, если студент выполнил работу полностью, но допустил в ней не более одной негрубой ошибки и одного недочета, или не более двух недочетов.
«удовлетворительно» (51% – 70 %)	Оценка «удовлетворительно» выставляется, если студент правильно выполнил не менее половины работы или допустил не более двух грубых ошибок, или не более одной грубой и одной негрубой ошибки и одного недочета, или не более двух-трех негрубых ошибок, или одной негрубой ошибки и трех недочетов, или при отсутствии ошибок, но при наличии четырех-пяти недочетов.
«неудовлетворительно» (0% – 50 %)	Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если студент допустил число ошибок и недочетов превосходящее норму, при которой может быть выставлена оценка «удовлетворительно», или если правильно выполнил менее половины работы.

Приведённые ниже задания рекомендуется использовать при проведении диагностических работ для оценки остаточных знаний по дисциплине

Задания с выбором ответа

№	Задание	Варианты ответа	Верный ответ
1	Найдите среди указанных предложений высказывания.	а) Жизнь хороша! б) Треугольник ABC подобен треугольнику A'B'C'; в) Солнце встает на востоке. г) Диагонали параллелограмма равны.	в, г
2	Пусть $A = \{a, b, c, d\}$ и $B = \{1, 2, 3, 4\}$. Какие из нижеперечисленных отношений между множествами A и B являются функциями, определенными на A со значениями в B ?	а) $\{(a, 4), (b, 2), (b, 4), (c, 3), (d, 1)\}$; б) $\{(a, 2), (b, 1), (c, 3), (d, 4)\}$; в) $\{(a, 3), (b, 1), (d, 2)\}$; г) $\{(a, 1), (b, 3), (c, 4), (d, 1)\}$.	
3	Определите, какие из приведенных ниже множеств имеют мощность алеф-ноль:	а) рациональные числа; б) иррациональные числа; в) действительные числа; г) простые числа.	а
4	Определите количество натуральных чисел, не превосходящих 1000, которые не делятся ни на 3, ни на 5, ни на 7, ни на 11.	а) 217; б) 383; в) 415; г) 500.	в
5	Каким классам принадлежит булева функция $f(x, y) = x \wedge y$?	а) T_1 ; б) S; в) L; г) M.	
6	Пиццу разносят 2 доставщика. Сколькими способами они могут доставить заказ 8 клиентам?	а) 28; б) 256; в) 16; г) 64	б
7	Чему равно число ребер в дереве с 8 вершинами?	а) 6; б) 7; в) 8; г) 9	б
8	Найти хроматическое число графа, заданного матрицей смежности [[0,1,1,1,1,0],[1,0,1,1,0,1],[1,1,0,1,1,0],[1,1,1,0,0,1],[1,0,1,0,0,1],[0,1,0,1,1,0]]	а) 4; б) 2; в) 3; г) 5;.	а
9	Сколько сравнений сделает алгоритм двоичного поиска в массиве list при поиске значения target = 5? list = [1, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 15]	а) 4; б) 5; в) 8; г) 9	а
10	Найдите асимптотическую оценку скорости роста решения рекуррентного соотношения $T(n)=9T(n/3)+n^2-5n+4$	а) $\Theta(n \log_2 n)$; б) $\Theta(n)$; в) $\Theta(n^2 \log_2 n)$; г) $\Theta(n^2)$;	

Задания с кратким ответом

№	Задание	Верный ответ
1	Даны множества $A = \{1,3,4\}$, $B = \{0,5,6\}$, $C = \{-1,0,1\}$, $D = \{1,5,6\}$. Определите элементы множества $(A \cup (B \cap C)) \cap ((A \cup B) \cap C)$. (В ответе перечислите элементы через запятую в порядке возрастания)	0,1
2	Мощности булеана множества A равна 128. Сколько элементов содержится в множестве A^3 ?	343
3	В сессию студенты сдавали 3 экзамена. Какое наименьшее количество студентов должно быть в группе, чтобы по крайней мере у двоих были одинаковые оценки. Задолжников в	28

	группе нет.	
4	Дерево имеет 1 вершину степени 4, 3 вершины степени 2 и пять — степени 1. Остальные вершины дерева имеют степень 3. Сколько вершин степени 3 есть у дерева?	22
5	Сколько сравнений в среднем сделает алгоритм двоичного поиска в массиве list при поиске значения присутствующего в массиве? list = [1, 3, 5, 6, 7]	2,4

Задания с развёрнутым ответом

Задание 1. Три студента, Косолапов, Боков и Дорофеев, играли в футбол и разбили мячом стекло автомобиля. На вопрос кто разбил окно были получены следующие ответы. Дорофеев сказал: “Это я разбил окно, Боков окно не разбивал”. Боков сказал: “Это сделал не я и не Косолапов”. Косолапов сказал: “Это сделал не я и не Дорофеев”. Дежурная сказала, что только один студент говорит правду и один разбил стекло. Кто разбил стекло? (в ответе запишите фамилию)

Решение.

Обозначим простые высказывания: К – разбил Косолапов, Б – разбил Боков, Д – разбил Дорофеев.

Составим составные высказывания:

Дорофеев: Д и не Б

Боков: не Б и не К

Косолапов: не К и не Д

Поскольку разбил только один студент, рассмотрим сокращенную таблицу истинности.

К	Б	Д	Д и не Б	не Б и не К	не К и не Д
<i>и</i>	<i>л</i>	<i>л</i>	<i>л</i>	<i>л</i>	<i>л</i>
<u><i>л</i></u>	<u><i>и</i></u>	<u><i>л</i></u>	<u><i>л</i></u>	<u><i>л</i></u>	<u><i>и</i></u>
<i>л</i>	<i>л</i>	<i>и</i>	<i>и</i>	<i>и</i>	<i>л</i>

Поскольку только один студент говорит правду по таблице истинности заключаем, что стекло разбил Боков.

Критерии оценивания	Баллы
Имеется верная последовательность всех этапов решения, обоснованно получен верный ответ.	3
Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом имеется верная последовательность всех этапов решения.	2
Получен верный ответ, однако имеются пропуски одного или двух этапов решения ИЛИ Решение не завершено, однако верно выполнен хотя бы один из этапов решения.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

Задание 2. В классе 25 учеников. Из них посещают спортивную секцию 13 человек, кружок рисования – 10, дополнительные занятия по математике – 9. Шестеро занимаются рисованием и спортом, 4 – спортом и математикой, 3 – рисованием и математикой. Один посещает все внеклассные мероприятия. Сколько учеников не посещают внеклассные мероприятия?

Решение.

Обозначим множества учеников посещающих: С - спортивную секцию, М - дополнительные занятия по математике, Р - кружок рисования.

Чтобы определить, сколько всего учеников посещают хотя бы одно мероприятие, воспользуемся формулой включений и исключений для трех множеств:

$$|C \cup M \cup P| = |C| + |M| + |P| - |C \cap P| - |C \cap M| - |M \cap P| + |C \cap P \cap M| = 13 + 10 + 9 - 6 - 4 - 3 + 1 = 20$$

Теперь вычтем их из общего количества учеников: $25 - 20 = 5$.

Ответ: 5 учеников.

Критерии оценивания	Баллы
Имеется верная последовательность всех этапов решения, обоснованно получен верный ответ.	3
Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом имеется верная последовательность всех этапов решения.	2
Получен верный ответ, однако имеются пропуски одного или двух этапов решения ИЛИ Решение не завершено, однако верно выполнен хотя бы один из этапов решения.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

Задание 3. Пусть R — отношение между множествами $\{1, 2, 3\}$ и $\{1, 2, 3, 4\}$, заданное перечислением пар: $R = \{(1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 4), (3, 4)\}$, а S — отношение между множествами $\{1, 2\}$ и $\{1, 2, 3, 4\}$, состоящее из пар: $S = \{(1, 1), (1, 4), (2, 2), (2, 3), (2, 4)\}$. Вычислите $R^{-1} \circ S$.

Решение.

Составим отношение R^{-1} , поменяв местами элементы пар. $R^{-1} = \{(2, 1), (3, 1), (1, 2), (4, 2), (4, 3)\}$.

Теперь применим сначала S , а затем R^{-1} .

$1 \rightarrow 1 \rightarrow 2$ (1,2); $1 \rightarrow 4 \rightarrow 2$ (1,2); $1 \rightarrow 4 \rightarrow 3$ (1,3); $2 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ (2,1); $2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ (2,1);

$2 \rightarrow 4 \rightarrow 2$ (2,2); $2 \rightarrow 4 \rightarrow 3$ (2,3);

Ответ: $R^{-1} \circ S = \{(1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3)\}$

Критерии оценивания	Баллы
Имеется верная последовательность всех этапов решения, обоснованно получен верный ответ.	3
Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом имеется верная последовательность всех этапов решения.	2
Получен верный ответ, однако имеются пропуски одного или двух этапов решения ИЛИ Решение не завершено, однако верно выполнен хотя бы один из этапов решения.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

Задание 4. В дереве имеется 20 вершин степени 3, все остальные вершины – листья. Сколько листьев в этом дереве?

Решение.

Пусть x – количество листов дерева. Тогда по свойству дерева количество ребер – $x - 1$. Воспользуемся леммой о рукопожатиях.

$$20 \cdot 3 + x = 2 \cdot (20 + x - 1)$$

Решив уравнение, получим $x = 22$.

Ответ: 22 листа.

Критерии оценивания	Баллы
Имеется верная последовательность всех этапов решения, обоснованно получен верный ответ.	3
Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом имеется верная последовательность всех этапов решения.	2
Получен верный ответ, однако имеются пропуски одного или двух этапов решения ИЛИ Решение не завершено, однако верно выполнен хотя бы один	1

из этапов решения.	
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

Задание 5. Решите рекуррентное соотношение второго порядка $\begin{cases} a_n = 2a_{n-1} + 3a_{n-2}, \\ a_1 = 4, \quad a_2 = 8. \end{cases}$

Решение.

Характеристическое уравнение имеет вид $z^2 = 2z+3$, его корни равны $z_1 = 3, z_2 = -1$. Получаем общее решение $a_n = A \cdot 3^n + B \cdot (-1)^n$, где $A, B — \text{const}$. Для определения постоянных A и B воспользуемся начальными условиями:

$$\begin{cases} a_1 = 3A - B = 4, \\ a_2 = 9A + B = 8. \end{cases}$$

Решая записанную систему, получим $A = 1, B = -1$, и, окончательно, $a_n = 3^n + (-1)^{n-1}, n > 1$.

Критерии оценивания	Баллы
Имеется верная последовательность всех этапов решения, обоснованно получен верный ответ.	3
Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, при этом имеется верная последовательность всех этапов решения.	2
Получен верный ответ, однако имеются пропуски одного или двух этапов решения ИЛИ Решение не завершено, однако верно выполнен хотя бы один из этапов решения.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: комплект КИМ.

Зачет выставляется, если сданы все текущие аттестации. Для этого, в свою очередь, необходимо написать контрольные работы 1 и 2 и пройти устный опрос на оценку не ниже 25 баллов.

Перечень вопросов к экзамену:

- Графы. Основные понятия. (Определение, смежность, инцидентность, лемма о рукопожатиях)
- Графы (Маршруты, циклы, связность, изоморфизм).
- Деревья. (Определение дерева, листа, леса. Необходимые и достаточные условия дерева.)
- Эйлеровы и гамильтоновы графы. (Определение эйлерова и гамильтонова графов, полного графа. Необходимые и достаточные условия эйлеровости.)
- Раскраски графов. (Определение вершинной и реберной раскрасок, хроматическо числа и индекса. Теорема Визинга.)
- Плоские графы (Определение плоского и планарного графа, грани. Формула Эйлера.)
- Ориентированные графы (Определение орграфа, пути, контура, полустепеней исхода и захода.)
- Связность в орграфе. (Определение связности, сильной связности. Матрица достижимости.)
- Булевы функции.
- СКНФ и СДНФ. (Определение элементарной конъюнкции и дизъюнкции, КНФ и ДНФ, СДНФ и СКНФ)
- Полином Жегалкина. (Определение. Методы построения.)
- Классы булевых функций. Критерий Поста.
- Карты Карно.
- Функциональные схемы.

15. Классы функций относительно скорости асимптотического роста.
16. Основная теорема о рекуррентных соотношениях.
17. Алгоритмы поиска (последовательный и двоичный поиск).
18. Алгоритмы поиска (интерполяционный поиск, поиск Фибоначчи).
19. Алгоритмы сортировки (сортировка вставками, пузырьковая сортировка).
20. Алгоритмы сортировки (сортировка Шелла, быстрая сортировка).
21. Параллельные алгоритмы. Классификация Флинна.
22. Модели RAM и PRAM.
23. Анализ параллельных алгоритмов. (Определение ускорение, эффективности и стоимости).
24. Лемма Брента. Закон Амдала.

Перечень практических заданий

Вариант 1

1. Методом подстановки решить рекуррентное соотношение:
$$\begin{cases} a_n = 2a_{n-1} + n, \\ a_1 = 1. \end{cases}$$
2. Пусть доля последовательных вычислений в программе $f=1/6$. Вычислите максимальное ускорение программы на вычислительной системе с 10 процессорами с учетом закона Амдала.

Вариант 2

1. Решить рекуррентное соотношение:
$$\begin{cases} a_{n+2} = 6a_{n+1} - 8a_n + 3n + 2, \\ a_0 = 0, \quad a_1 = -11. \end{cases}$$
2. Сколько сравнений сделает алгоритм двоичного поиска в массиве `list` при поиске значения `target = 5`? `list = [1, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 15]`

Требования к студентам при проведении промежуточной аттестации

Для оценивания результатов обучения на экзамене используются следующие показатели: знание основных понятий дискретной математики и методов дискретной математики, которые используются для построения моделей и конструирования алгоритмов; умение реализовывать методы дискретной математики на ЭВМ; владение навыками квалифицированного выбора и адаптации существующих методов для решения практических задач.

Критерии и шкалы оценивания при проведении промежуточной аттестации

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным критериям. Обучающийся демонстрирует высокий уровень владения материалом, ориентируется в предметной области, верно отвечает на все дополнительные вопросы.	Повышенный уровень	Отлично
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует одному или двум из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. Допускаются ошибки при воспроизведении части теоретических положений.	Базовый уровень	Хорошо
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым трём из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Сформированные знания основных понятий, определений и теорем, изучаемых в курсе, не всегда полное их	Пороговый уровень	Удовлетворительно

понимание с затруднениями при воспроизведении.		
<p>Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым четырём из перечисленных показателей.</p> <p>Обучающийся демонстрирует отрывочные знания (либо их отсутствие) основных понятий, определений и теорем, используемых в курсе.</p>	–	Неудовлетворительно